

## Linear Programming (البرمجة الخطية)

ما هي تطبيقاته؟ غالباً تكون في الإقتصاد بمعنى يكون عندي  
 دالة تسعر (دالة الهدف) ومجموعة من القيود

فالهدف من المسألة إما أكبر دالة الهدف (Maximization) أو أقلها (Minimization) وفقاً للقيود معينة.

- \* فلو دالة الهدف تمثل عائداً أو ربحاً فمحتاجين نجعلها أكبر ما يمكن.
  - \* ولو تمثل مصروفات مثلاً، فمحتاجين نجعلها أصغر ما يمكن.
- أو مصاريف

## \* Simplex method

## \* الحل الجبري \*

① بداية فيه شروط وهو الأول لازم لعمل minimization لدالة الهدف  
 ولو كانت maximization لازم إحولها ل minimization

② تكون دالة خطية ← درجة أولان، وكل المعاملات ثوابت

$$\min C_1 x_1 + C_2 x_2 + \dots + C_n x_n$$

Got (قيود)

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2$$

⋮

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$$

شرط



ex: ①  $\max C_1 x_1 + C_2 x_2 \dots \Rightarrow \min -(C_1 x_1 + C_2 x_2)$

يتم تحويل (max)  $\leftarrow$  (min) عن طريق إرفاقه بـ (-)  
الدالة في (-) والناتج النهائي في (-) ثاني

②  $x_1 \geq 0$  - Not Given -  
↑ free variable

↓  
-ve      0      +ve

Let  $x_1 = u - v$   $\approx u, v \geq 0$

العدد ينقسم موجبين ليس حاصل طرحهم يعطي هذه الاحتمالات

لو  $u < v$   $\approx$  العدد سالب  $\approx$  لو  $u = v$   $\approx$  Zero

لو  $v < u$   $\approx$  العدد موجب

③ slack var  $\approx x_1 + 2x_2 \leq 10$

$\Rightarrow x_1 + 2x_2 + y_1 = 10$

$y_1 \geq 0$

عابرين كل القيود

معادلات مش متباينات

والطرف الشمال اقل من

اليمين  $\approx$  لزود الطرف

الشمال بتغير عشوائي لتساوي الطرفين





التاريخ:

موضوع الدرس:

$$\text{Max: } x_1 - 2x_2 + x_3$$

s.t:

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 - 3x_3 \leq 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مسألة البرمجة الخطية

خطوات الحل:

① نضع المسألة على الصورة القياسية

$$\text{min: } -x_1 + 2x_2 + x_3$$

\* ضروب الدالة في (-)

s.t:

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 + x_5 = 7$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

عندما يكون عدد المعادلات (2) أقل من عدد المجاهيل (5) كذا نأخذ لها  
بعضاً من الحلول.

الحل إننا افترض 3 من 5 مجاهيل يساوا صفر واجب الباقي

$$\text{Let } x_1 = x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_4 = 3, x_5 = 7$$

$$\text{basic now } (0, 0, 0, 3, 7)$$

$$\text{basic variable } (x_4, x_5)$$

بعد ما عملت الجدول وكنت المعادلات - افترض اني اقل قيمة Z  
أكثر من كده - هفتشوف الأرقام السالبة وأختار واحد منهم / بختار الأكثر  
سالبية (لو الرقمين زي بعض ليك حرية الاختيار بينهم) - أكد Pivot  
وجود في العمود (2 ولا 1) - أقسم قيمة (R.H.S) على 2 والثاني  
على 1 - اقل قيمة موجبة هتكون Pivot

Basic Var	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R.H.S
$x_4$	(2)	2	-1	1	0	3
$x_5$	1	-1	3	0	1	7
Z	-1	2	-1	0	0	0
$x_1$	1	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$
$x_5$	0	-2	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{11}{2}$
Z	0	3	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$

\* لا تتبدل مع  $x_4$  لأن  $x_4$  هي التي تحققت الشرط وكان فيها Pivot

\* مكان عنصر Pivot = 1 أراي بقسمة الصف كله على قيمة Pivot

\* اجناب ايزين تحلي كل العمود / Pivot = 0 يعني للمعادلة الثانية والثالثة

يبقى بشأن اجيب  $x_5$  الجديدة  $\leftarrow x_5 = x_5 - x_1$   
 القديمة الجديدة

\* معادلة Z الجديدة هي

$$Z = Z_{\text{القديمة}} + x_1 \text{ الجديدة}$$

\* هذا في ان قيمة Z الجديدة ~~كانت~~ قلت

هناك الجدول ثمان بنفس الطريقة بشأن تخفي اري سالب من معادلات Z

قاعدة لو امسالاة  $\leftarrow$  max و اقرب Z في (-) و Z النهاية  
 اقربها في سالب (النتائج)

min و اقرب Z في النهاية في (-)





التاريخ:

موضوع الدرس:

$$\text{ex } \min -4x_1 + x_2 + 30x_3 - 11x_4 - 2x_5 + 3x_6$$

5.6

المثال  
في  
الكتاب

$$-2x_1 + 6x_3 + 2x_4 - 3x_6 + x_7 = 20 \quad (1)$$

$$-4x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 - x_6 = 10 \quad (2)$$

$$-5x_3 + 3x_4 + x_5 - x_6 = 60 \quad (3)$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 7$$

Solution:

المشكلة هنا كخطوات القيود معادلات  
 basic var  $\neq$  ستكون المتغيرات الموجودة وفي معادلات  
 غير موجودة وفي الثانية  
 $(x_2, x_5, x_7)$

فكرة

نريد لو كانت كل المتغيرات موجودة وفي كل المعادلات !!  
 وقتها نحل المعادلات مع بعض البعض ان حصل على متغير مش موجود  
 وفي معادلة منهم.

$$\text{eq (1)} - \text{eq (3)}$$

$$26x_3 - 12x_4 - 2x_5 + 4x_6 = z - 10 \quad (5)$$

$$\text{eq (5)} + 2 \text{ eq (4)}$$

